

ЗАДАЧИ

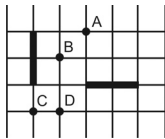
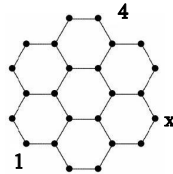
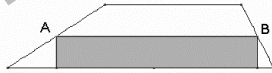
Для решения задач отводится **75 минут**

9-10-ые классы

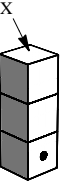
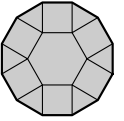
- калькулятором пользоваться не разрешается
- для каждой задачи только один из приведенных пяти ответов является верным
- за нерешенную задачу очки не отнимаются и не прибавляются
- участник конкурса может набрать максимально 120 баллов
- после завершения конкурса листок с задачами остается у участника
- главное требование от участников и организаторов конкурса – выполнить задания самостоятельно и честно.

Задачи, оцениваемые в 3 балла

- Окраска зебры уличного перехода имеет перемежающиеся белые и черные полосы, каждая шириной 50 см. Переход начинается и заканчивается белой полосой и имеет всего 8 белых полос. Какова общая ширина перехода?
(A) 7 м (B) 7,5 м (C) 8 м (D) 8,5 м (E) 9 м
- A и B являются серединами боковых сторон трапеции. Площадь затененного прямоугольника равна 13 cm^2 . Чему равна площадь трапеции?
(A) 24 cm^2 (B) 25 cm^2 (C) 26 cm^2 (D) 27 cm^2 (E) 28 cm^2
- Дано, что $S_1=2 \cdot 3+3 \cdot 4+4 \cdot 5$, $S_2=2^2+3^2+4^2$, $S_3=1 \cdot 2+2 \cdot 3+3 \cdot 4$. Которое из следующих утверждений верно?
(A) $S_2 < S_1 < S_3$ (B) $S_1 < S_2 = S_3$ (C) $S_1 < S_2 < S_3$ (D) $S_3 < S_2 < S_1$ (E) $S_2 = S_2 < S_3$
- В каждой точке решетки, показанной на рисунке, должно быть написано число таким образом, чтобы сумма чисел на концах каждого отрезка была одинаковой. Два числа уже написаны. Какое число будет в точке, помеченной буквой x?
(A) 1 (B) 3 (C) 4 (D) 5 (E) информации недостаточно
- При делении числа 2011 на некоторое число в остатке получилось 1011. Какое из приведенных чисел было делителем?
(A) 100 (B) 500 (C) 1000 (D) другое число (E) такой остаток невозможно получить
- Каждый из показанных на рисунке двух отрезков получается вращением другого вокруг некоторой точки. Какая из показанных точек может являться центром вращения?
(A) только A (B) A и C (C) A и D (D) только D (E) A, B, C и D
- Все четырехзначные числа, сумма цифр которых равна 4, написаны в порядке убывания. На каком месте в этом списке находится число 2011?
(A) 6-ом (B) 7-ом (C) 8-ом (D) 9-ом (E) 10-ом

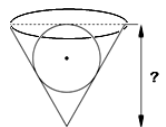


- Прямоугольная мозаика площадью 360 cm^2 изготовлена из квадратных керамических плиток одинакового размера. Высота мозаики 24 см, ширина равна ширине 5 плиток. Чему равна площадь каждой плитки?
(A) 1 cm^2 (B) 4 cm^2 (C) 9 cm^2 (D) 16 cm^2 (E) 25 cm^2
- На рисунке показана фигура, состоящая из правильного шестиугольника со стороной, равной единице, шести треугольников и шести квадратов. Чему равен периметр этой фигуры?
(A) $6(1+\sqrt{2})$ (B) $6\left(1+\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$ (C) 12 (D) $6+3\sqrt{2}$ (E) 9
- Три обычные игральные кости, сумма чисел точек на противоположных сторонах которых равна 7, поставлены друг на друге как показано на рисунке, так что общее число точек на двух соприкасающихся сторонах всегда равна 5. На одной из видимых сторон нижней кости имеется одна точка. Сколько точек находится на верхней стороне X?
(A) 2 (B) 3 (C) 4 (D) 5 (E) 6



Задачи, оцениваемые в 4 балла

- В одном месяце было 5 понедельников, 5 вторников и 5 сред. В предыдущем месяце было всего 4 воскресенья. Что из нижеперечисленного обязательно будет в следующем месяце?
(A) ровно 4 пятницы (B) ровно 4 субботы (C) 5 воскресений (D) 5 сред (E) такое невозможно
- В автогонке участвовали три спортсмена: Микаел, Вазген и Саркис. Сразу же после начала, Микаел был первым, Вазген был вторым, Саркис третьим. Во время гонки, Микаел и Вазген обогнали друг друга 9 раз, Вазген и Саркис - 10 раз, а Микаел и Саркис - 11 раз. В каком порядке они закончили гонку?
(A) Микаел, Вазген, Саркис (B) Саркис, Вазген, Микаел (C) Саркис, Микаел, Вазген (D) Вазген, Саркис, Микаел (E) Вазген, Микаел, Саркис
- Пусть $9^n+9^n+9^n=3^{2011}$. Чему равно n?
(A) 1005 (B) 1006 (C) 2010 (D) 2011 (E) Ни одно из приведенных чисел
- У Вардана есть два куба со сторонами a см и a+1 см. Большой куб полностью наполнен водой, а меньший пустой. Вардан заполнил меньший куб, перелив воду из большого куба, после чего в большом кубе осталось 217 cm^3 воды. Сколько cm^3 воды перелили в меньший куб?
(A) 243 (B) 512 (C) 125 (D) 1331 (E) 729
- Шарик радиусом 15 помещен в коническую лунку, в которой он располагается так, как показано на рисунке. Осевое сечение лунки имеет вид равностороннего треугольника. Чему равна глубина лунки?
(A) $30\sqrt{2}$ (B) $25\sqrt{3}$ (C) 45 (D) 60 (E) $60(\sqrt{3}-1)$



16. Найдите наибольшую длину последовательных трехзначных чисел, в каждом из которых имеется хотя бы одна нечетная цифра.

- (A) 1 (B) 10 (C) 110 (D) 111 (E) 221

17. Каждую клетку таблицы 4x4 нужно окрасить в белый или черный цвет. Числа рядом со строчками и столбцами указывают сколько клеток в строке или столбце необходимо окрасить в черный цвет. Сколькими способами можно это сделать?

				2
				0
				1
				1
2	0	1	1	

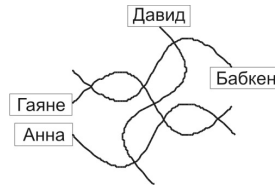
- (A) 0 (B) 1 (C) 3 (D) 5 (E) 9

18. Карен хочет написать в каждой клетке таблицы 3x3 целое число так, чтобы сумма чисел во всех квадратах 2x2 равнялась 10. Пять чисел уже написаны (см. рис). Найдите сумму остальных четырех чисел.

1		0
	2	
4		3

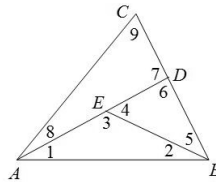
- (A) 8 (B) 9 (C) 10 (D) 11 (E) 12

19. Во время езды на машине по неровной дороге Лилит пыталась нарисовать карту своей родной деревни. Ей удалось нарисовать четыре улицы, их семь пересечений и дома своих друзей. Однако, в действительности улицы «Стрела», «Гвоздь» и «Линейка» прямые, а четвертая улица называется «Кривая». Кто живет на Кривой улице?



- (A) Анна (B) Бабкен (C) Гаяне (D) Давид
(E) для ответа необходима более четкая карта

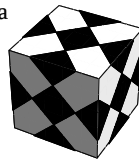
20. Точка D находится на стороне BC треугольника ABC, а точка E находится на отрезке AD (см. рис). Полученные 9 углов отмечены числами 1, 2, ..., 9. Найдите наименьшее число различных значений, которые могут принимать отмеченные на рисунке углы.



- (A) 2 (B) 3 (C) 4 (D) 5 (E) 6

Задачи, оцениваемые в 5 баллов

21. У Саркиса есть пластмассовый кубик со стороной 1 дм. Он приклеил на стороны куба несколько равных черных квадратиков, как показано на рисунке так, что все стороны куба выглядят одинаково. Чему равна общая площадь черных квадратиков?



- (A) 37,5 см² (B) 150 см² (C) 225 см² (D) 300 см² (E) 375 см²

22. Число $abcde$ будем называть «интересным», если все его цифры различны, и $a = b + c + d + e$. Сколько интересных чисел существует?

- (A) 72 (B) 144 (C) 168 (D) 216 (E) 288

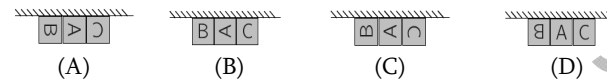
23. Каждое из чисел x и y больше 1. Какое из приведенных чисел самое большое?

- (A) $\frac{x}{y+1}$ (B) $\frac{x}{y-1}$ (C) $\frac{2x}{2y+1}$ (D) $\frac{2x}{2y-1}$ (E) $\frac{3x}{3y+1}$

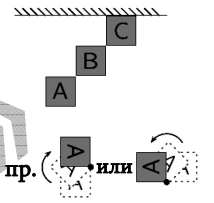
24. Грань WXY тетраэдра WXYZ лежит в плоскости P. Ребро XY принадлежит прямой L. Одна из граней другого тетраэдра XYZT совпадает с одной из граней тетраэдра WXYZ. Где прямая ZT пересекает плоскость P?

- (A) на той стороне от прямой L, где находится точка W, внутри треугольника WXY
(B) на той стороне от прямой L, где находится точка W, вне треугольника WXY
(C) на той стороне от прямой L, где не находится точка W
(D) прямая ZT параллельна плоскости P, следовательно она ее не пересекает
(E) ответ зависит от длин ребер тетраэдров

25. На склад привезли три ящика и расположили на полу так, как показано на верху рисунка. Ящики необходимо расположить у стены в некотором порядке. Однако они тяжелые и их можно только вращать вокруг одного из углов на полу на 90°, как показано внизу рисунка. Какое из приведенных расположений ящиков у стены возможно?



- (A) (B) (C) (D) (E) все четыре варианта возможны



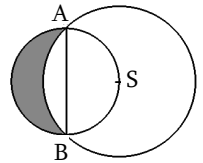
26. Сколько различных пар натуральных чисел (x, y) удовлетворяет уравнению $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{3}$?

- (A) 0 (B) 1 (C) 2 (D) 3 (E) 4

27. Для каждого натурального числа $n \geq 2$ обозначим через $\langle n \rangle$ наибольшее простое число, не превышающее n . Сколько натуральных чисел k удовлетворяют равенству $\langle k+1 \rangle + \langle k+2 \rangle = \langle 2k+3 \rangle$.

- (A) 0 (B) 1 (C) 2 (D) 3 (E) больше 3-х

28. Отрезок AB является диаметром меньшей окружности (см. рис.), а центр большей окружности S находится на меньшей окружности. Радиус большей окружности равен r . Чему равна площадь закрашенной части?



- (A) $\frac{\pi}{6} \cdot r^2$ (B) $\frac{\sqrt{3} \cdot \pi}{12} \cdot r^2$ (C) $\frac{1}{2} \cdot r^2$ (D) $\frac{\sqrt{3}}{4} \cdot r^2$ (E) другой ответ

29. Сколько наборов четырех ребер куба обладают тем свойством, что никакие два ребра не имеют общей вершины?

- (A) 6 (B) 8 (C) 9 (D) 12 (E) 18

30. Найдите все значения чисел n ($0 < n < 9$), для которых возможно закрасить некоторые клетки квадратной таблицы 5x5 так, чтобы в каждом квадрате 3x3 было ровно n закрашенных клеток.

- (A) 1 (B) 1 и 2 (C) 1, 2 и 3 (D) 1, 2, 7 и 8 (E) любое из значений